



Felikss Sadirbajevs

No nelineāro robežproblēmu atrisinājumu eksistences uz vairākiem atrisinājumiem un atrisinājumu bifurkācijam

Zinātniskā konference "Matemātika un informātika pēc 50..."
2009. gada 9. novembris

```
01011100110110101 101000110100
10110100111010100 1011011010111001
011011110111010001 101100010011011100
101001 0100110 0011001
011001 100110 010001
010111 1010100 1101110
011101 0100000 1100001 0111000
001110010011000010 1110011 0110100
10010000001001100010 1010101 0011010
1001001 01001001 1101000 1000110
0101101 0111010 0011011
0010110 1001101 0100111
1010011 0110010 1100001
1010001 0000001 1101100
0010000 001110 0100110 0010001
1010100 1110001 1001100 1000110
00000011 10010011 11100110101001110110
000010110111101100 1101100011110010
11101100101011 110110100100
```

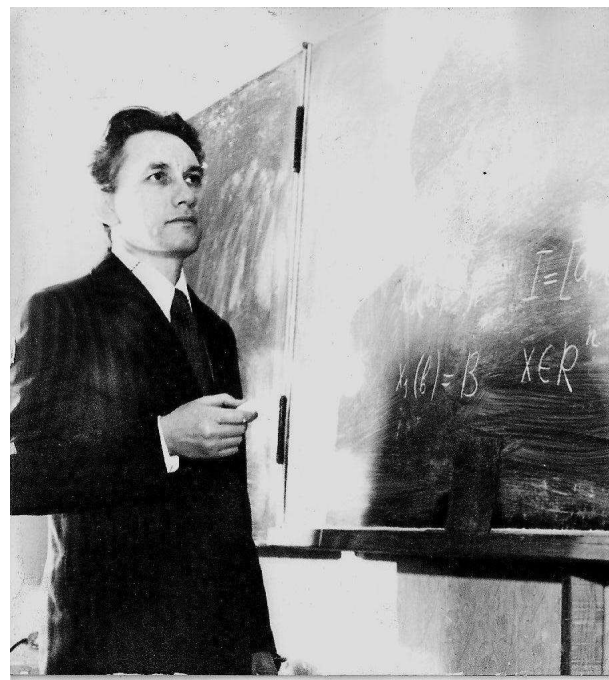


• Vēsture

- Pētījumi parasto diferenciālvienādojumu jomā LVU Skaitļošanas centrā sakas 60-s gados. Virziena dibinātāji LVU SC – Jurijs Klokovs un Arnolds Lepins. A.L. sāka pētījumus ievērojama matemātiķa Anatolija Miškisa (Анатолий Мышкис) ietekmē. Jurijs Klokovs (Юрий Александрович Клоков), absolvējis LVU, iestājas aspirantūrā (atbilst tagadējai doktorantūrai) Maskavas Valsts Universitātē kur viņa zinātniskais vadītājs profesors V. Nemitskij (klasiskas grāmatas „Качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений” līdzautors) piedāvāja darba tēmu «Предельная краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка». “Robežproblēma ar nosacījumu bezgalībā otrās kārtas parastajam diferenciālvienādojumam”



- **Vēsture**





- **Vēsture**

- ▶ N. Vasiļjevs (1970)
- ▶ V. Gudkovs (1971)
- ▶ L. Pospelovs (1972)
- ▶ V. Ponomarevs (1975)
- ▶ S. Bespalova (1980)
- ▶ L. Lepins (1982)
- ▶ F. Sadirbajevs (1982)
- ▶ J. Cepītis (1983)
- ▶ J. Viržbickis (1986)
- ▶ M. Adjutovs (1987)
- ▶ A. Zvjagincevs (1987)
- ▶ G. Grizāns (1988)



- **Robežproblēmu atrisināmība, atrisinājumu unitāte un īpašības**

$$x'' = f(t, x, x'), \quad x(a) = A, \quad x(b) = B$$

$$x^{(n)} = f(t, x, x', \dots, x^{(n-1)}), \quad x(a) = A, \dots$$

$$x' = F(t, x), \quad x(a) = A, \quad x(b) = B, \quad x \in R^n$$

Metode – aprioro novērtējumu metode;

Modifikācijas – augšējo un apakšējo funkciju metode



- **Robežproblēmu atrisināmība, atrisinājumu unitāte un īpašības**

$$x'' = f(t, x, x'), \quad x(a) = A, \quad x(b) = B \quad (1)$$

Tipiskais rezultāts (S. Bernstein):

Teorēma. Robežproblēmai (1) eksistē viens vienīgs atrisinājums ja:

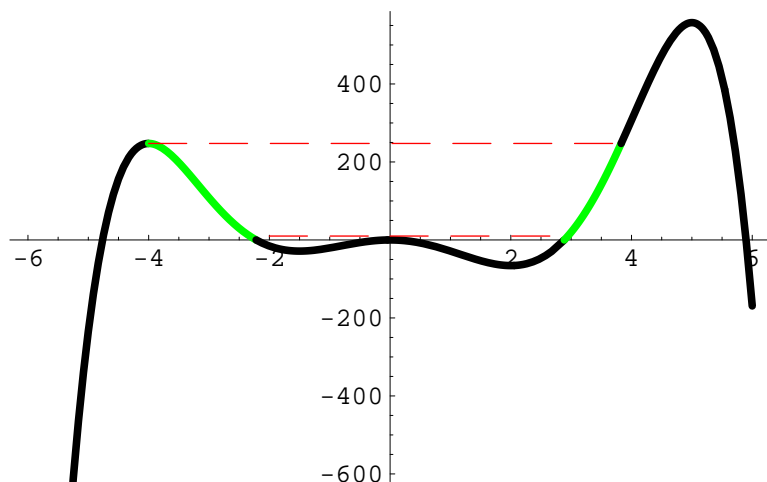
- 1) Funkcija f ir monotoni augoša attiecībā uz x ;**
- 2) $|f(t, x, x')| < C(1 + x'^2)$;**

Pierādījumam tika lietota aprioro novērtējumu metode: ideja – “labai” problēmai atrisinājums ir; dota problēma reducējas uz “labo” problēmu, izmantojot atrisinājumu aprioros novērtējumus; beigas pierada ka atrisinājums apmierina novērtējumiem un tāpēc ir arī sākotnējās problēmas atrisinājums. Tad obligāti eksistē speciāls – neoscilējošais – atrisinājums.

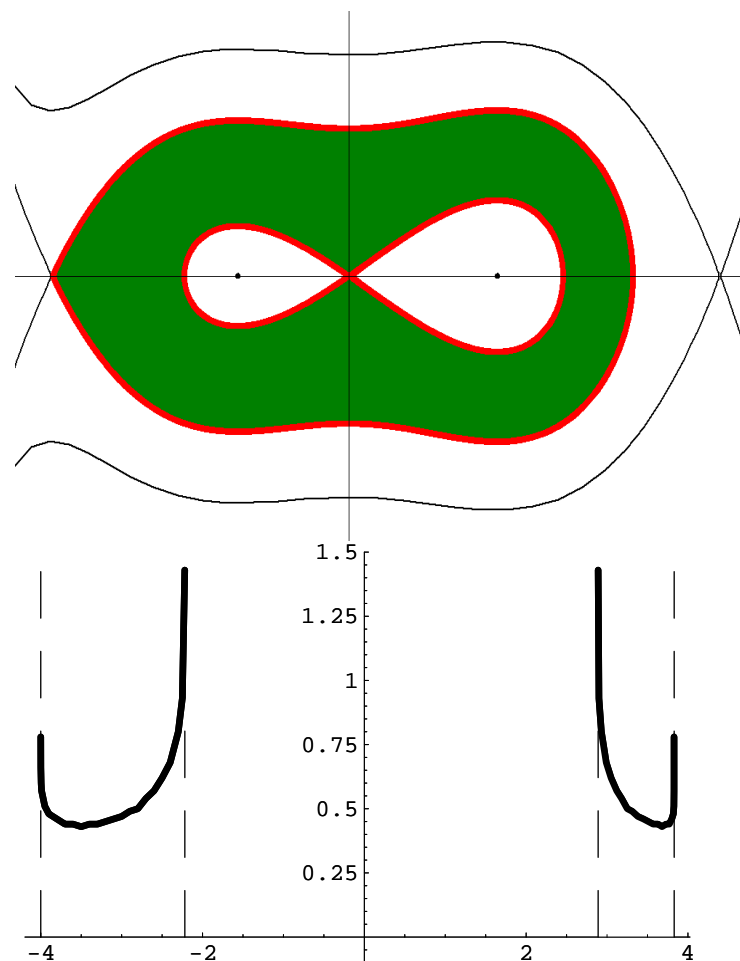


Vairāki atrisinājumi: fāzes plakne

$$x'' + g(x) = 0, \quad x(a) = 0, \quad x(b) = 0 \quad (2)$$



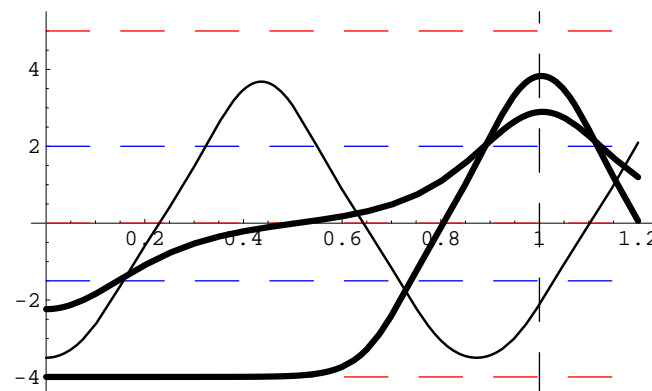
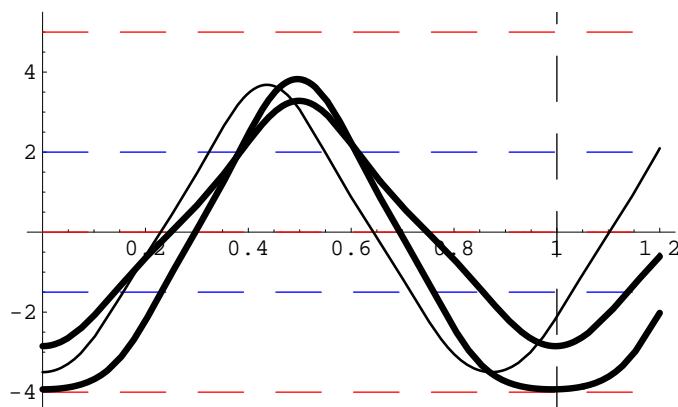
$$G(x) = \int_0^x g(s) ds$$



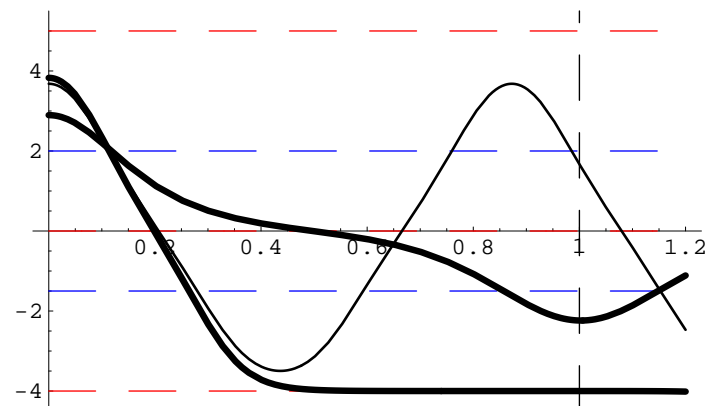
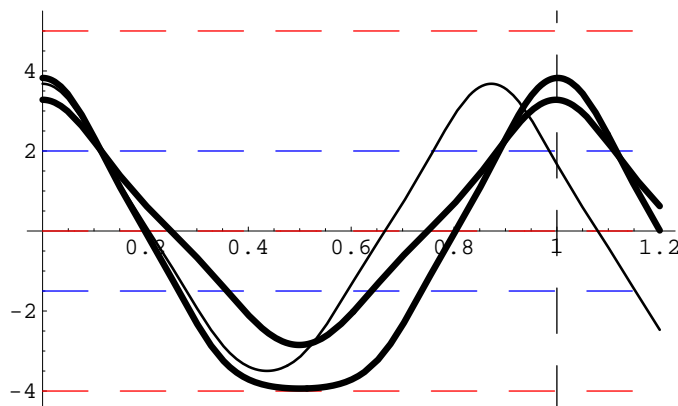


Vairāki atrisinājumi: fāzes plakne

$$x'' + g(x) = 0, \quad x(a) = 0, \quad x(b) = 0 \quad (2)$$



Atrisinājumi: $x(0) = -3.9999995$,
 $x(0) = -3.5$, $x(0) = -2.237$.





Vairāki atrisinājumi: fāzes plakne

- **S. Atslega and F. Sadyrbaev. *Multiple solutions of the second order nonlinear Neumann BVP. Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems (Series A). A Supplement dedicated to the 6th International Conference on Differential Equations and Dynamical Systems held in Baltimore, U.S.A., May 22 - 26 - Watam Press, 2009, 100–103. [ISSN 1201-3390, SCI indexed]***
- **S. Atslega and F. Sadyrbaev. *Multiple positive solutions in the second order autonomous nonlinear boundary value problems. In: Amer. Inst. Phys. Conference Proceedings Volume 1168. Numerical Analysis and applied mathematics: International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics 2009: Vol. 2, Rethymno, Crete (Greece), 18 – 22 September 2009, p. 873 – 876 [SCI indexed]***
- **S. Atslega and F. Sadyrbaev. *Multiple period annuli in Lienard type equations. Applied Mathematics Letters, Accepted manuscript (unedited version) available online: 12-SEP-2009 DOI information: 10.1016/j.aml.2009.09.006 [ISI journal].***



Vairāki atrisinājumi: fāzes plakne

$$x'' + f(x)x' + x = 0$$

Hilbert Problem

Smale problem

$$x' = f(x, y),$$

$$y' = g(x, y)$$



Vairāki atrisinājumi: Fučīka tipa spektri

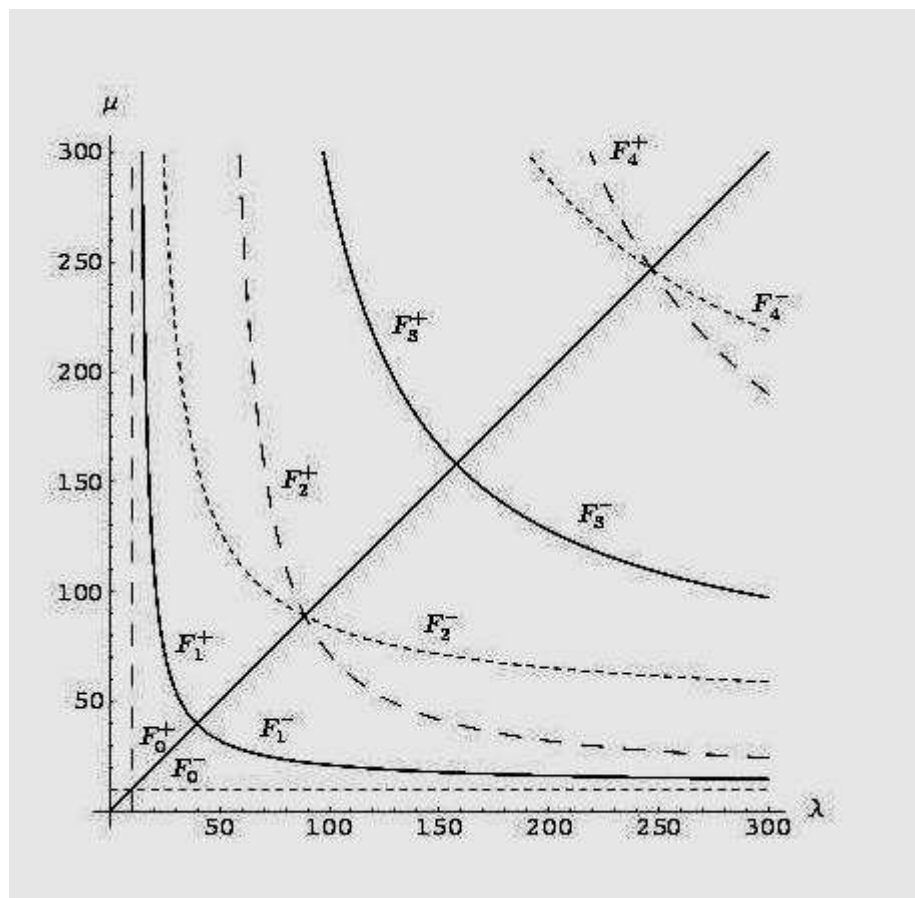
Fučīka vienādojums

$$x'' = -\lambda x, \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 0$$

$$x'' = -\lambda x^+ + \mu x^-, \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 0,$$

$$x^+ = \max\{0, x\}, \quad x^- = \max\{0, -x\}$$

Fučíka spektrs





Vairāki atrisinājumi: Fučīka tipa spektri





Vairāki atrisinājumi: Fučīka tipa spektri



Tacoma Narrows
suspension bridge

7.11.1940





Vairāki atrisinājumi: Fučīka tipa spektri

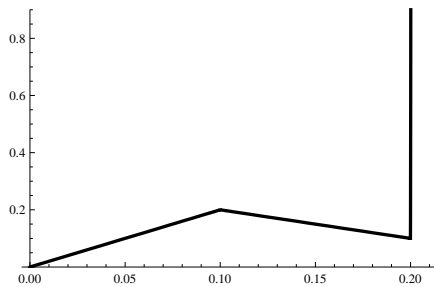
$$x'' = -\lambda f(x^+) + \mu g(x^-), \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 0,$$

$$|x'(0)| = \alpha$$

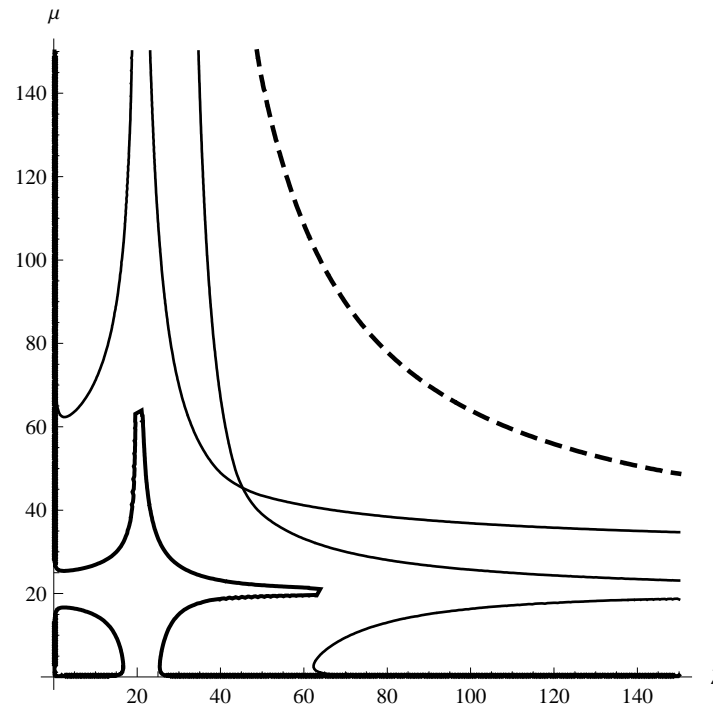
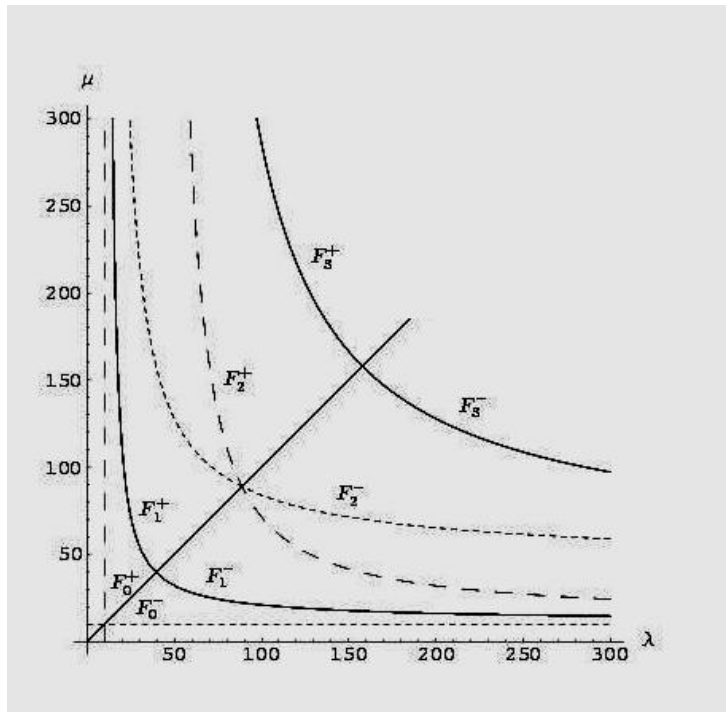
$$f, g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+, \quad f(0) = g(0) = 0$$



Vairāki atrisinājumi: Fučīka tipa spektri



$$x'' = -\lambda f(x^+) + \mu f(x^-), \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 0, \\ |x'(0)| = 1$$





Vairāki atrisinājumi: Fučīka tipa spektri

- **A. Gritsans, F. Sadyrbaev and N. Sergejeva. Two-parameter nonlinear eigenvalue problems. Mathematical Models in Engineering, Biology, and Medicine, Proceedings of the International Conference on Boundary Value Problems, American Institute of Physics Conference Proceedings, 2009, Vol. 1124, pp. 185-194. [ISSN 0094-243X, SCI indexed]**
- **F. Sadyrbaev. Multiplicity in parameter-dependent problems for ordinary differential equations. Math. Modelling and Analysis, 2009, (in press) [SCI indexed].**
- **A. Gritsans, F. Sadyrbaev. Nonlinear spectra: the Neumann problem. Math. Modelling and Analysis, V.14, N.1., 2009, 33-42 [SCI indexed].**



Diferenciālvienādojumu teorijas sasniegumi un aktualitātes

Konferences

- Winter Conference on Difference Equations 2009 held in Homburg/Saar, Germany, January 8 - 12, 2009.
- 7th ISAAC Congress held in Imperial College London, UK, July 13 - 18, 2009.
- 15th International Conference on Difference Equations and Applications held in Estoril, Portugal, October 19 - 23, 2009.
- Numerical Analysis and Applied Math., Rhetymno, Greece, Sept. 18-22, 2009.
- Math. Models in Engineering, Biology and Medicine. Conf. on Boundary Value Problems. Santiago de Compostela, Spain, Sept. 16-19, 2008.
- World Congress Nonlinear Analysts, Orlando, FL, USA, July 2-9, 2008.
- 6th Intern. Conf. on Differential Equations and Dynamical Systems, Baltimore, USA, May 22 - 26, 2008
- 7th AIMS Intern. Conf. on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, Arlington, TX, USA, May 18-21, 2008

Publikācijas

Discrete and Continuous Dynamical Systems

Differential Equations

(Дифференциальные уравнения)

Mathematical Modelling and Analysis

Journal of Vibroengineering

Nonlinear Analysis: TMA

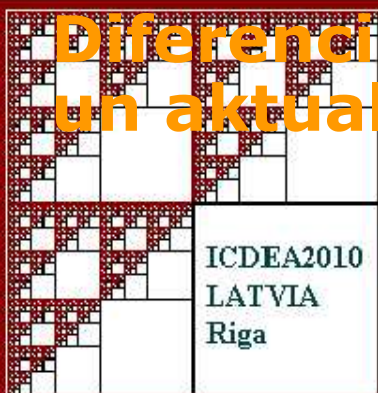
Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems (Series A).

Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations

American Institute of Physics AIP Conference Proceedings series

Georgian Mathematical Journal

Applied Mathematics Letters



Diferenciālvienādojumu teorijas sasniegumi un aktualitātes

16th International Conference on

Difference Equations and Applications

About the Conference

Organizers

Scientific Committee

Main Speakers

Dates: July 19-23, 2010

Conference Venue: University of Latvia, Faculty of Physics and Mathematics, 8 Zelļu Street, Riga, Latvia, in the old faculty building.

