Об экстремальных решениях трех краевых задач ОДУ пятого порядка

М.М. Адъютов

Аннотация. Построены экстремальные решения для некоторых двух-точечных краевых задач простейшего дифференциального уравнения пятого порядка.
Библиогр. 3 назв.

УДК 517.927

Рассмотрим двухточечную краевую задачу

$$x^{(5)} = f(t), \quad |f| \leq 1, \quad l_i x = 0, \quad i = 1, ..., 5, \tag{1}$$

где $f \in L(I, [-1, 1]), \quad l_i x = x^{(m_i)}(0) \quad$ или $\quad l_i x = x^{(m_i)}(1), \quad 0 \leq m_i \leq 4.$

Через X обозначим множество решений краевой задачи (1). Решение $y_m \in X$ для $m \in \{0, ..., 4\}$ называется экстремальным решением, если для него выполняется условие

$$\|y_m^{(m)}\|_C = max\{\|x^{(m)}\|_C : x \in X\}. \tag{2}$$

Через $Y_m, m \in \{0, ..., 4\}$ обозначим множество таких экстремальных решений. В работе [2] доказано свойство экстремальных решений, которое будет использовано в данной работе и применительно к нашей задаче может быть сформулировано следующим образом:

Пусть $\tau \in (0, 1)$ и $G(t, \tau)$ - решение краевой задачи

$$x^{(5)}(t) = \delta(t - \tau), \quad l_i x = 0, \quad i = 1, ..., 5,$$

где δ - дельта функция.

Если экстремальная функция $y_m, m \in \{0, ..., 4\}$, принимает экстремальное значение в точке $\eta \in (0, 1)$, то

$$y_m^{(5)}(s) = \mathrm{sign}\,(\mathrm{G}^{(\mathrm{m})}(\eta, \mathrm{s}))\mathrm{sign}\,(\mathrm{y}_{\mathrm{m}}^{(\mathrm{m})}(\eta)), \quad \mathrm{s} \in (0, 1). \tag{3}$$

Всего (с точностью до замены независимой переменной t на $1-t$) возможны

$$1 + C_5^4 * C_5^1 + C_5^3 * C_5^2 = 126$$

различные краевых задач вида (1). Это задача Коши с условиями на левом конце интервала плюс всевозможные краевые задачи с различным числом граничных условий на концах интервала $[0,1]$.

Задача (1) изучается при дополнительных ограничениях на краевые условия

$$\sum_{k=0}^{m}(a(k)+b(k)) \geq m+1, \quad m \in \{0,...,3\}, \quad \sum_{k=0}^{4}(a(k)+b(k)) = 5, \tag{4}$$

здесь $a(m)=1$ для $m \in \{0,...,4\}$, если найдется $i \in \{1,...,5\}$ такое, что $l_i x = x^{(m)}(0)$, и $a(m)=0$ в противном случае; $b(m)=1$ для $m \in \{0,...,4\}$, если найдется $i \in \{1,...,5\}$ такое, что $l_i x = x^{(m)}(1)$, и $b(m)=0$ в противном случае.

Как следует из работы [1], при условиях (4) для любого $f \in L(I,R)$ задача (1) имеет решение, которое единственно.

Из результатов, полученных в работе [2], с учетом ограничений (4) следует, что необходимо изучать свойства экстремальных решений следующих шести задач:

$$x^{(5)} = f(t), |f| \leq 1, x(0)=0, x(1)=0, x'(0)=0, x''(0)=0, x'''(1)=0; \tag{5}$$

$$x^{(5)} = f(t), |f| \leq 1, x(0)=0, x(1)=0, x'(0)=0, x''(1)=0, x'''(0)=0; \tag{6}$$

$$x^{(5)} = f(t), |f| \leq 1, x(0)=0, x(1)=0, x'(0)=0, x''(1)=0, x'''(1)=0; \tag{7}$$

$$x^{(5)} = f(t), |f| \leq 1, x(0)=0, x(1)=0, x'(0)=0, x'(1)=0, x'''(0)=0; \tag{8}$$

$$x^{(5)} = f(t), |f| \leq 1, x(0)=0, x(1)=0, x'(0)=0, x'(1)=0, x''(0)=0; \tag{9}$$

$$x^{(5)} = f(t), |f| \leq 1, x(0)=0, x(1)=0, x'(0)=0, x''(0)=0, x''(1)=0. \tag{10}$$

В данной работе доказано, что экстремальные решения первой, второй и третьей из приведенных выше задач (5)-(7) совпадают с решениями следующих задач

$$x^{(5)} = 1, \quad x(0)=0, x(1)=0, x'(0)=0, x''(0)=0, x'''(1)=0, \tag{11}$$

$$x^{(5)} = 1, \quad x(0)=0, x(1)=0, x'(0)=0, x''(1)=0, x'''(0)=0, \tag{12}$$

$$x^{(5)} = 1, \quad x(0)=0, x(1)=0, x'(0)=0, x''(1)=0, x'''(1)=0, \tag{13}$$

соответственно, а также получены численные ограничения на значения экстремальных функций и их производных. Аналогичные результаты для задач (8)-(10) получены в работе [3].

Обозначим через $G_1(t,s)$, $G_2(t,s)$ и $G_3(t,s)$, соответственно, функции Грина краевых задач (5)-(7). Тогда

$$G_1(t,s) = t^3(s-1)((s^3-3s^2+3s+3)t - 4s^3+12s^2-12s)/72, \quad 0 \leq t \leq s \leq 1,$$

$$G_1(t,s) = (t-1)s^2((s^2-4s+6)t^3 + (-3s^2+12s-18)t^2 + (-3s^2+12s)t - 3s^2)/72,$$

$$0 \leq s \leq t \leq 1;$$

$$G_1'(t,s) = t^2(s-1)((s^3-3s^2+3s+3)t-3s^3+9s^2-9s)/18, \quad 0 \le t \le s \le 1,$$

$$G_1'(t,s) = s^2((s^2-4s+6)t^3+(-3s^2+12s-18)t^2+9t-3s)/18, \quad 0 \le s \le t \le 1;$$

$$G_1''(t,s) = t(s-1)((s^3-3s^2+3s+3)t-2s^3+6s^2-6s)/6, \quad 0 \le t \le s \le 1,$$

$$G_1''(t,s) = s^2((s^2-4s+6)t^2+(-2s^2+8s-12)t+3)/6, \quad 0 \le s \le t \le 1;$$

$$G_1'''(t,s) = (s-1)((s^3-3s^2+3s+3)t-s^3+3s^2-3s)/3, \quad 0 \le t \le s \le 1,$$

$$G_1'''(t,s) = (t-1)s^2(s^2-4s+6)/3, \quad 0 \le s \le t \le 1;$$

$$G_1''''(t,s) = (s-1)(s^3-3s^2+3s+3), \quad 0 \le t \le s \le 1,$$

$$G_1''''(t,s) = s^2(s^2-4s+6), \quad 0 \le s \le t \le 1.$$

Для функции Грина $G_2(t,s)$ и ее производных получаем следующие выражения:

$$G_2(t,s) = t^2(s-1)^2((s^2-2s-5)t^2-6s^2+12s)/120, \quad 0 \le t \le s \le 1,$$

$$G_2(t,s) = s(t-1)((s^3-4s^2+8)t^3+(s^3-4s^2-12)t^2+(-5s^3+20s^2)t-5s^3)/120,$$

$$0 \le s \le t \le 1;$$

$$G_2'(t,s) = t(s-1)^2((s^2-2s-5)t^2-3s^2+6s)/30, \quad 0 \le t \le s \le 1,$$

$$G_2'(t,s) = s((s^3-4s^2+8)t^3-15t^2+(-3s^3+12s^2+6)t-5s^2)/30,$$

$$0 \le s \le t \le 1;$$

$$G_2''(t,s) = (s-1)^2((s^2-2s-5)t^2-s^2+2s)/10, \quad 0 \le t \le s \le 1,$$

$$G_2''(t,s) = s(t-1)((s^3-4s^2+8)t+s^3-4s^2-2)/10, \quad 0 \le s \le t \le 1;$$

$$G_2'''(t,s) = t(s-1)^2(s^2-2s-5)/5, \quad 0 \le t \le s \le 1,$$

$$G_2'''(t,s) = s((s^3-4s^2+8)t-5)/5, \quad 0 \le s \le t \le 1;$$

$$G_2''''(t,s) = (s-1)^2(s^2-2s-5)/5, \quad 0 \le t \le s \le 1,$$

$$G_2''''(t,s) = s(s^3-4s^2+8)/5, \quad 0 \le s \le t \le 1.$$

Для функции Грина $G_3(t,s)$ и ее производных получаем следующие выражения:

$$G_3(t,s) = t^2(s-1)((-s^3+3s^2+3s+3)t^2+(4s^3-12s^2-12s)t-6s^3+18s^2)/72,$$

$$0 \le t \le s \le 1,$$

$$G_3(t,s) = (t-1)s^3((-s+4)t^3 + 3(s-4)t^2 + 3(-s+4)t - 3s)/72, \quad 0 \le s \le t \le 1;$$

$$G_3'(t,s) = t(s-1)((-s^3+3s^2+3s+3)t^2 + (3s^3-9s^2-9s)t - 3s^3 + 9s^2)/18,$$

$$0 \le t \le s \le 1,$$

$$G_3'(t,s) = s^3((-s+4)t^3 + (3s-12)t^2 + (-3s+12)t - 3)/18, \quad 0 \le s \le t \le 1;$$

$$G_3''(t,s) = (s-1)((-s^3+3s^2+3s+3)t^2 + (2s^3-6s^2-6s)t - s^3 + 3s^2)/6,$$

$$0 \le t \le s \le 1,$$

$$G_3''(t,s) = -(t-1)^2 s^3 (s-4)/6, \quad 0 \le s \le t \le 1;$$

$$G_3'''(t,s) = (s-1)((-s^3+3s^2+3s+3)t + s^3 - 3s^2 - 3s)/3, \quad 0 \le t \le s \le 1,$$

$$G_3'''(t,s) = -(t-1)s^3(s-4)/3, \quad 0 \le s \le t \le 1;$$

$$G_3''''(t,s) = (s-1)(-s^3+3s^2+3s+3)/3, \quad 0 \le t \le s \le 1,$$

$$G_3''''(t,s) = -s^3(s-4)/3, \quad 0 \le s \le t \le 1.$$

Обозначим через $x_1(t)$, $x_2(t)$ и $x_3(t)$, соответственно, решения задач (11)-(13). Определим числа M_{ij} следующим образом

$$M_{ij} = \max\{|x_i^{(j)}(t)| : t \in [0,1]\}, \quad i \in \{1,...,3\}, j \in \{0,...,4\}.$$

Тогда имеем для $x_1(t)$:

$$x_1(t) = t^3(t-1)(t-2)/120;$$

$$x_1'(t) = t^2(5t^2 - 12t + 6)/120;$$

$$x_1''(t) = t(5t^2 - 9t + 3)/30;$$

$$x_1'''(t) = (t-1)(5t-1)/10;$$

$$x_1''''(t) = (10t-6)/10.$$

Несложно убедиться, что

$$M_{10} = x_1((6-\sqrt{6})/5) < 0.00111579;$$

$$M_{11} = -x_1'(1) < 0.00833334;$$

$$M_{12} = -x_1''(1) < 0.03333334;$$

$$M_{13} = x_1'''(0) = 0.1;$$

$$M_{14} = -x_1''''(0) = 0.6.$$

Для решения $x_2(t)$ и его производных получаем следующие выражения:

$$x_2(t) = t^2(t-1)(5t^2-4t-4)/600;$$

$$x_2^{'}(t) = t(25t^3-36t^2+8)/600;$$
$$x_2^{''}(t) = (t-1)(25t^2+25t-2)/150;$$
$$x_2^{'''}(t) = t(25t-18)/50;$$
$$x_2^{''''}(t) = (25t-9)/25.$$

Постоянные $M_{2j}, j \in \{0, ..., 4\}$ в этом случае принимают следующие значения:

$$M_{20} = x_2(0.627617) < 0.00111013;$$

$$M_{21} = -x_2^{'}(1) = 0.005;$$
$$M_{22} = -x_2^{''}((-25+\sqrt{8}25)/50) < 0.0177708;$$
$$M_{23} = x_2^{'''}(1) = 0.14;$$
$$M_{24} = x_2^{''''}(1) = 0.64.$$

Для решения $x_3(t)$ и его производных получаем следующие выражения:

$$x_3(t) = (-7t^4+4t^3)/360 = t^2(t-1)(3t^2-8t+6)/360;$$

$$x_3^{'}(t) = t(15t^3-44t^2+42t-12)/360;$$
$$x_3^{''}(t) = (5t^3-2t)/30 = (t-1)^2(5t-1)/30;$$
$$x_3^{'''}(t) = (t-1)(15t-7)/30;$$
$$x_3^{''''}(t) = (15t-11)/15.$$

Постоянные $M_{3j}, j \in \{0, ..., 4\}$ в этом случае принимают следующие значения:

$$M_{30} = -x_3(0.513962) < 0.000956072;$$

$$M_{31} = -x_3^{'}(0.2) < 0.00291112;$$
$$M_{32} = -x_3^{''}(0) < 0.0333334;$$
$$M_{33} = x_2^{'''}(0) < 0.2333334;$$
$$M_{34} = -x_2^{''''}(0) < 0.7333334.$$

Теперь в качестве функции $f(t)$ в задаче (1) рассмотрим следующую функцию, обозначив ее $f_s(t)$:

$$f_s(t) = -1,$$

если $t \in [0, s]$ и

$$f_s(t) = 1$$

для $t \in (s, 1], \quad s \in (0, 1)$.

Решения краевых задач (5)-(7) в этом случае обозначим, соответственно, $x_{1s}(t)$, $x_{2s}(t)$ и $x_{3s}(t)$. Непосредственно интегрируя, получаем для $x_{1s}(t)$:

$$x_{1s}(t) = t^3(-3t^2 + (-2s^5 + 10s^4 - 20s^3 + 30s - 9)t + 8s^5 - 40s^4 + 80s^3 - 60s^2 +$$
$$+6)/360, \quad 0 \le t \le s \le 1,$$
$$x_{1s}(t) = (t-1)(3t^4 + (-2s^5 + 10s^4 - 20s^3 - 6)t^3 + (6s^5 - 30s^4 + 60s^3)t^2 + (6s^5 -$$
$$-30s^4)t + 6s^5)/360, \quad 0 \le s \le t \le 1;$$

$$x'_{1s}(t) = t^2(-15t^2 + (-8s^5 + 40s^4 - 80s^3 + 120s - 36)t + 24s^5 - 120s^4 + 240s^3 -$$
$$-180s^2 + 18)/360, \quad 0 \le t \le s \le 1,$$
$$x'_{1s}(t) = (15t^4 + (-8s^5 + 40s^4 - 80s^3 - 36)t^3 + (24s^5 - 120s^4 + 240s^3 +$$
$$+18)t^2 - 120s^3 t + 30s^4)/360, \quad 0 \le s \le t \le 1;$$

$$x''_{1s}(t) = t(-5t^2 + (-2s^5 + 10s^4 - 20s^3 + 30s - 9)t + 4s^5 - 20s^4 + 40s^3 - 30s^2 +$$
$$+3)/30, \quad 0 \le t \le s \le 1,$$
$$x''_{1s}(t) = (5t^3 + (-2s^5 + 10s^4 - 20s^3 - 9)t^2 + (4s^5 - 20s^4 + 40s^3 + 3)t -$$
$$-10s^3)/30, \quad 0 \le s \le t \le 1;$$

$$x'''_{1s}(t) = (-15t^2 + (-4s^5 + 20s^4 - 40s^3 + 60s - 18)t + 4s^5 - 20s^4 + 40s^3 -$$
$$-30s^2 + 3)/30, \quad 0 \le t \le s \le 1,$$
$$x'''_{1s}(t) = (t-1)(15t - 4s^5 + 20s^4 - 40s^3 - 3)/30, \quad 0 \le s \le t \le 1;$$

$$x''''_{1s}(t) = (-15t - 2s^5 + 10s^4 - 20s^3 + 30s - 9)/15, \quad 0 \le t \le s \le 1,$$
$$x''''_{1s}(t) = (15t - 2s^5 + 10s^4 - 20s^3 - 9)/15, \quad 0 \le s \le t \le 1;$$

Для решения $x_{2s}(t)$ и его производных получаем следующие выражения:

$$x_{2s}(t) = t^2(-5t^3 + (-2s^5 + 10s^4 - 40s^2 + 50s - 9)t^2 + 12s^5 - 60s^4 + 100s^3 -$$
$$-60s^2 + 4)/600, \quad 0 \le t \le s \le 1,$$
$$x_{2s}(t) = (t-1)(5t^4 + (-2s^5 + 10s^4 - 40s^2 - 4)t^3 + (-2s^5 + 10s^4 + 60s^2 -$$
$$-4)t^2 + (10s^5 - 50s^4)t + 10s^5)/600, \quad 0 \le s \le t \le 1;$$

$$x'_{2s}(t) = t(-25t^3 + (-8s^5 + 40s^4 - 160s^2 + 200s - 36)t^2 + 24s^5 - 120s^4 + 200s^3 -$$

$$-120s^2+8)/600, \quad 0\le t\le s\le 1,$$
$$x'_{2s}(t)=(25t^4+(-8s^5+40s^4-160s^2-36)t^3+300s^2t^2+(24s^5-120s^4-$$
$$-120s^2+8)t+50s^4)/600, \quad 0\le s\le t\le 1;$$

$$x''_{2s}(t)=(-25t^3+(-6s^5+30s^4-120s^2+150s-27)t^2+6s^5-30s^4+50s^3-$$
$$-30s^2+2)/150, \quad 0\le t\le s\le 1,$$
$$x''_{2s}(t)=(t-1)(25t^2+(-6s^5+30s^4-120s^2-2)t-6s^5+30s^4+30s^2-$$
$$-2)/150, \quad 0\le s\le t\le 1;$$

$$x'''_{2s}(t)=t(-25t-4s^5+20s^4-80s^2+100s-18)/50, \quad 0\le t\le s\le 1,$$
$$x'''_{2s}(t)=(25t^2+(-4s^5+20s^4-80s^2-18)t+50s^2)/50, \quad 0\le s\le t\le 1;$$

$$x''''_{2s}(t)=(-25t-2s^5+10s^4-40s^2+50s-9)/25, \quad 0\le t\le s\le 1,$$
$$x''''_{2s}(t)=(25t-2s^5+10s^4-40s^2-9)/25, \quad 0\le s\le t\le 1;$$

Для решения $x_{3s}(t)$ и его производных получаем следующие выражения:

$$x_{3s}(t)=t^2(-3t^3+(2s^5-10s^4+30s-11)t^2+(-8s^5+40s^4-$$
$$-60s^2+14)t+12s^5-60s^4+60s^3-6)/360, \quad 0\le t\le s\le 1,$$
$$x_{3s}(t)=(t-1)(3t^4+(2s^5-10s^4-8)t^3+(-6s^5+30s^4+$$
$$+6)t^2+(6s^5-30s^4)t+6s^5)/360, \quad 0\le s\le t\le 1;$$

$$x'_{3s}(t)=t(-15t^3+(8s^5-40s^4+120s-44)t^2+(-24s^5+120s^4-$$
$$-180s^2+42)t+24s^5-120s^4+120s^3-12)/360, \quad 0\le t\le s\le 1,$$
$$x'_{3s}(t)=(15t^4+(8s^5-40s^4-44)t^3+(-24s^5+120s^4+42)t^2+$$
$$+(24s^5-120s^4-12)t+30s^4)/360, \quad 0\le s\le t\le 1;$$

$$x''_{3s}(t)=(-5t^3+(2s^5-10s^4+30s-11)t^2+(-4s^5+20s^4-30s^2+$$
$$+7)t+2s^5-10s^4+10s^3-1)/30, \quad 0\le t\le s\le 1,$$
$$x''_{3s}(t)=(t-1)^2(5t+2s^5-10s^4-1)/30, \quad 0\le s\le t\le 1;$$

$$x'''_{3s}(t)=(-15t^2+(4s^5-20s^4+60s-22)t-4s^5+20s^4-30s^2+7)/30,$$
$$0\le t\le s\le 1,$$
$$x'''_{3s}(t)=(t-1)(15t+4s^5-20s^4-7)/30, \quad 0\le s\le t\le 1;$$

$$x''''_{3s}(t) = (-15t + 2s^5 - 10s^4 + 30s - 11)/15, \quad 0 \le t \le s \le 1,$$
$$x''''_{3s}(t) = (15t + 2s^5 - 10s^4 - 11)/15, \quad 0 \le s \le t \le 1;$$

Осталось показать,что $\|x_{is}^{(m)}\|_C, \quad i = 1, 2, 3, \quad m = 1, 2, 3$ принимает наибольшее значение при $s = 0$ и $s = 1$. Тогда из (3) следует $Y_{im} = \{x_g, x_{-g}\}$. Начнем с исследования корней функций Грина $G_i^{(m)}(t, s)$. Обо-значим через $t_{im}(s), \quad i \in \{1, 2, 3\}, \quad m \in \{1, 2, 3\}$, корни $G_i^{(m)}(t, s)$. Таблицы 1, 2 и 3 показывают, что $t_{im}(s)$ монотонны.

Таблица 1. $t_{1m}(s)$

s	$t_{11}(s)$	$t_{12}(s)$	$t_{13}(s)$
0.1	0.6465	0.3179	0.0828
0.2	0.6598	0.3462	0.1399
0.3	0.6738	0.3784	0.1796
0.4	0.6885	0.4151	0.2072
0.5	0.7039	0.4516	0.2258
0.6	0.7197	0.4756	0.2378
0.7	0.7349	0.4898	0.2449
0.8	0.7455	0.4969	0.2485
0.9	0.7494	0.4996	0.2498

Таблица 2. $t_{2m}(s)$

s	$t_{21}(s)$	$t_{22}(s)$	$t_{23}(s)$
0.1	0.5816	0.2561	0.6281
0.2	0.5898	0.2742	0.6371
0.3	0.6020	0.3043	0.6521
0.4	0.6177	0.3369	0.6735
0.5	0.6366	0.3612	0.7018
0.6	0.6581	0.3793	0.7379
0.7	0.6797	0.3924	0.7833
0.8	0.6951	0.4013	0.8401
0.9	0.7042	0.4065	0.9109

Таблица 3. $t_{3m}(s)$

s	$t_{31}(s)$	$t_{32}(s)$	$t_{33}(s)$
0.1	0.3866	0.0663	0.0988
0.2	0.4051	0.1105	0.1918
0.3	0.4259	0.1437	0.2759
0.4	0.4497	0.1700	0.3501
0.5	0.4771	0.1911	0.4146
0.6	0.5052	0.2083	0.4703
0.7	0.5298	0.2223	0.5182
0.8	0.5501	0.2337	0.5593
0.9	0.5662	0.2428	0.5946

Таблицы 4, 5 и 6 показывают, что $\|x_{is}^{(m)}\|_C$ принимает наибольшее значение при $s = 0$ и $s = 1$.

Таблица 4. $x_{1s}^{(m)}$

s	t	x'_{1s}	t	x''_{1s}	t	x'''_{1s}
0.0	1.000	-0.00833	1.000	-0.03333	0.000	0.10000
0.1	1.000	-0.00824	1.000	-0.03303	0.000	0.09127
0.2	1.000	-0.00765	1.000	-0.03118	0.610	-0.07619
0.3	1.000	-0.00635	1.000	-0.02687	0.631	-0.06811
0.4	1.000	-0.00432	1.000	-0.01985	0.670	-0.05457
0.5	1.000	-0.00174	1.000	-0.01042	0.729	-0.03668
0.6	1.000	0.00112	0.624	0.00508	0.000	-0.04803
0.7	1.000	0.00390	0.839	0.01252	0.000	-0.07032
0.8	1.000	0.00623	1.000	0.02265	0.000	-0.08671
0.9	1.000	0.00779	1.000	0.03033	0.000	-0.09667
1.0	1.000	0.00833	1.000	0.03333	0.000	-0.10000

Таблица 5. $x_{2s}^{(m)}$

s	t	x'_{2s}	t	x''_{2s}	t	x'''_{2s}
0.0	1.000	-0.00500	0.720	-0.01777	1.000	0.14000
0.1	1.000	-0.00467	0.724	-0.01673	1.000	0.13404
0.2	1.000	-0.00374	0.738	-0.01376	1.000	0.11661
0.3	1.000	-0.00234	0.767	-0.00931	1.000	0.08905
0.4	1.000	-0.00067	0.387	0.00278	1.000	0.05342
0.5	0.889	0.00107	0.000	-0.00625	0.263	0.03445
0.6	1.000	0.00259	0.621	0.01031	0.310	0.04793
0.7	1.000	0.00381	0.677	0.01425	1.000	-0.07141
0.8	1.000	0.00459	0.707	0.01667	1.000	-0.10637
0.9	1.000	0.00494	0.718	0.01763	1.000	-0.13080
1.0	1.000	0.00500	0.720	0.01777	1.000	-0.14000

Таблица 6. $x_{3s}^{(m)}$

s	t	x'_{3s}	t	x''_{3s}	t	x'''_{3s}
0.0	0.200	-0.00291	0.000	-0.03333	0.000	0.23333
0.1	0.201	-0.00290	0.000	-0.03303	0.000	0.22340
0.2	0.203	-0.00286	0.000	-0.03118	0.000	0.19436
0.3	0.213	-0.00267	0.000	-0.02687	0.000	0.14841
0.4	1.000	0.00229	0.000	-0.01985	0.051	0.09033
0.5	1.000	0.00174	0.000	-0.01042	0.229	0.04709
0.6	1.000	0.00091	0.619	0.00462	0.000	-0.05063
0.7	0.144	0.00076	0.000	0.01217	0.000	-0.11901
0.8	0.181	0.00178	0.000	0.02265	0.000	-0.17729
0.9	0.195	0.00258	0.000	0.03033	0.000	-0.21800
1.0	0.200	0.00291	0.000	0.03333	0.000	-0.23333

Список литературы

1. Лепин А.Я., Лепин Л.А., О некоторых краевых задачах для уравне-ния n - го порядка, Mathematics. Differential Equations, Riga, Univ. of Latvia, Inst. Math. and Comp. Sci., Vol. 6 (2006), pp. 28-34.

2. Н.И. Васильев, А.Я. Лепин, Л.А. Лепин. Экстремальные решения краевых задач (в печати).

3. Н.И. Васильев. Экстремальные решения краевых задач для уравне-ния пятого порядка (в печати).

M. Adyutov. On extremal solutions of the three boundary value problems for the fifth order ordinary differential equations

Summary. The extremal solutions for the fifth order two - point boundary value problems are considered for the simplest differential equation.

1991 MSC 34B15

M. Adjutovs. Par trīju piektas kārtas parasto diferenciālvienādojumu robežproblēmu ekstremāliem atrisinājumiem.

Anotācija. Konstruēti ekstremāli atrisinājumi dažiem piektas kārtas parasto diferenciālvienādojumu robežproblēmam.

Institute of Mathematics
and Computer Science,
University of Latvia
Riga, Rainis blvd 29

Received 29.12.2009